

1. 考試座位遵行梅花座, 並採隨機亂碼決定之順序。  
該座位順序於考試前半小時內由助教採立即重新執行隨機順序後公佈於黑板上座位表。  
教室

2. 總分120分, 最高以100分計。

1. (10%) 
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 4x - x^2 \end{cases}$$

(5%) (1) 繪圖, 並求交點。

(5%) (2) 並求出其交點之程式, 並在圖上標示出其交點之程式。

2. (10%)  $P_1 = x^3 - x + 1$ ,  $P_2 = x^3 - x$

(5%) (1) 繪圖

(5%) (2)  $P_1$  及  $P_2$  各有多少 zeros?

試回答  $x$  三次多項式可否無 zeros?

3. (10%)  $f(x) = 2 - \frac{3}{x^2}$ ,  $(0, 10)$

(a) 求  $f'(x)$ , 並繪出  $f$  與  $f^{-1}$  二圖, 並標出其關係。

3%

(b)

4%

在  $(0, 10)$  內

(c)

3%

$f$  與  $f^{-1}$  中的

4. (10%)

若  $f^{-1}(x) = \phi(x)$ , 試用  $\phi(x)$  來表示  $f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$ .

5. 試繪

(10%) (4%) (a)  $y = t u(t-1)$

(6%) (b)  $y = 2 u(t-1) + t u(t-3)$

6. 求反函數

(10%) (5%) (a) 若  $f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{1-x}$ , 求  $f(x+1)$

(5%) (b) 若  $f(\frac{1}{x}) = x + \sqrt{1+x^2}$ , 求  $f(x)$

7. (10%) 求  $f(x) = \frac{3^x}{1+3^x}$  之反函數  $f^{-1}$ , 並驗證  $f$  與  $f^{-1}$  互為反函數  
(6%) (a)  
(4%)

8. (10%)

(4%) (a) 函數  $f(x) = |x|$  在  $x=0$  處是否可微分?

(6%) (b) 函數  $g(x) = |x^2-1|$  在何處不可微分? 為什麼?

9. (10%) 求函數  $y = 2x - x^2$  在法線斜率為  $\frac{1}{4}$  時之切線方程式與法線方程式。

10. (10%)

(5%) (a) 求  $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$

(5%) (b) 若  $y = x^3 + x^2 + 1$ ,  $x = f(t)$ , 給定  $f'(1) = -1$  且  $f'(1) = 2$   
求  $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=1} = ?$

11. (10%)

$$(6/p) \frac{d}{dx} X^{X^X}$$

$$(4/p) \frac{d}{dx} X^X$$

$$y = X^{X^X}$$

$$\ln y = X^X \ln X$$

$$\frac{y'}{y} = \ln X \cdot \ln X \cdot (X^X) = (\ln X)^2 X^X \Rightarrow y' = (\ln X)^2 X^X \cdot X^{X^X}$$

$$y = X^X \quad \ln y = X \ln X$$

$$\frac{d}{dx} \ln y = \frac{y'}{y} = \ln X$$

$$\Rightarrow y' = \ln X \cdot (X^X)$$

12. (10%)

$$(5/p) \frac{d}{dx} \sin 3^{X^3}$$

$$(5/p) \frac{d}{dx} e^{\cos X^2}$$

$$\cos 3^{X^3} \cdot (3^{X^3+1} X^2 \ln 3)$$

$$\frac{d}{dx} 3^{X^3}$$

$$y = e^{\cos X^2}$$

$$\ln y = \cos X^2$$

$$\frac{d}{dx} \ln y = \frac{y'}{y} = -\sin X^2 \cdot 2X$$

$$= -2X \sin X^2$$

$$\therefore y' = e^{\cos X^2} \cdot (-2X \sin X^2)$$

$$= -2X e^{\cos X^2} \sin X^2$$

$$y = 3^{X^3}$$

$$\ln y = X^3 \ln 3$$

$$\frac{d}{dx} \ln y = \frac{y'}{y} = 3X^2 \ln 3$$

$$y' = 3^{X^3} \cdot 3X^2 \ln 3$$