

共計  $\checkmark$  120分, 最高 115/100分

(範圍) CR3 (3-1~3-6), CR4 (4-1~4-5, 4-8), CR5 (5-1~5-4)

1. (10%) (5%) (a)  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$   $x \in [1, 2]$  求滿足介值定理之  $x$

(5%) (b) 試證  $\frac{1}{8} > \sqrt{66} - 8 > \frac{1}{9}$

2. (10%) (5%) (a) 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{3x}$

(5%) (b) 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - x - 1}{x^2}$

3. (10%) (5%) (a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$  在那個區間為嚴格遞增?

在那個區間為嚴格遞減?

在那個區間為上凹?

在那個區間為下凹?

(5%) (b) 試考慮  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  之增減性, 以證明  $e^\pi > \pi^e$

4. (10%) (5%) (a) 求  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  之極值

(5%) (b) 試繪  $y = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 8)$

5. (10%) (5%) (a)  $V = \frac{1}{12} \pi h^3$ ,  $h$  為  $t$  之函數, 若  $h=8$  時  $\frac{dh}{dt} = \frac{5}{16} \pi$ , 求  $\frac{dV}{dt}$

(5%) (b)  $\int \frac{1}{1+e^x} dx$

6. (10%) (5%) (a)  $\int_{-1}^3 \lfloor x \rfloor dx$

(b)  $\int_0^2 \max(1, t) dt$  (hint:  $\max(1, t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ t, & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$ )

7. (10%) (5%) (a)  $\int (x+1) \sqrt{x^2+2x+3} dx$

(5%) (b)  $\int_0^1 (1+\sqrt{x})^8 dx$  (hint:  $u = \sqrt{x}$ )

8. (10%) (5%) (a)  $\int e^{ax} \cos bx dx$

(b)  $\int x e^x \cos x dx$  (hint: 利用 8(a) 之結果)

9. (10%) (5%) (a)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+6x}}$  (hint:  $y=\sqrt{1+6x}$ )

(5%) (b)  $\int \frac{x^2}{(x-1)^2(x+1)} dx$

10. (10%) (5%) (a) 求 Laplace 轉換,  $f(t) = t + \sin t$

(5%) (b)  $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x^3} dx$

11 (10%) (5%) (a) 求  $y=x^2$  與  $x=y^2$  所圍成區域之面積

(5%) (b) 求  $(y+1)^2 = 4x^3$  自  $(0, -1)$  至  $(1, 1)$  之弧長

12 (10%) (5%) (a)  $y=x^2+2x$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x=1$  所圍成區域  
繞  $y$  軸旋轉之體積

(5%) (b) 解  $\frac{dy}{dx} - x e^x y^2 = 0$